

**А.І. Крючков, к.т.н., доц.,**  
**Л.І. Євтеєва, к.т.н., ст. викл.**  
*КПІ ім. Ігоря Сікорського*

## **ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ЛОКАЛЬНОЇ ТА СИСТЕМНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ РЕЖИМУ РОБОТИ КАР'ЄРНИХ ЕКСКАВАТОРІВ**

**A. Kryuchkov, Cand. Eng. Sc., Assoc. Prof.**  
**L. Yevtieieva, Assis. Prof.**  
*Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute*

## **COMPARATIVE ANALYSIS OF LOCAL AND SYSTEM OPTIMIZATIONS OF OPERATING RUNNING REGIME OF OPEN-MINE EXCAVATORS**

*Мета роботи – враховуючи, що локальна оптимізація режиму роботи кожного екскаватора окремо не призводить до мінімального значення питомої енергоємності екскаваційних робіт в цілому по кар'єру, необхідно аналітично встановити значення параметрів режиму роботи кожного екскаватора, при яких питома енергоємність в середньому по кар'єру буде мінімальною.*

*Одним із ефективних напрямків збереження енергоресурсів на кар'єрі є оптимізація режимів роботи екскаваторів по критерію мінімальної енергоємності. Для екскаваторів встановлені параметри режиму роботи, пов'язані з оптимальним значенням його експлуатаційної продуктивності. Однак, на кар'єрах, де два і більше екскаваторів, експериментально встановлено, що локальні оптимуми для окремих екскаваторів не відповідали оптимуму по кар'єру в цілому. Розглядаючи аналітично цю задачу як задачу, Ейлера на умовний екстремум, встановлені оптимальні експлуатаційні продуктивності кожного із екскаваторів (системний оптимум) при якому енергоємність екскаваційних робіт у середньому була менша ніж енергоємність при локальних оптимумах (принцип емерджентності). Встановлений системний оптимізаційний режим екскавації дозволяє знизити витрати електроенергії в залежності від умов від 10 % до 30 %.*

**Ключові слова:** екскаватор, продуктивність, енергоємність, система, оптимізація, емерджентність.

### **ВСТУП**

**Актуальність теми.** Робота гірничих підприємств за останні десятиріччя показала, що в умовах нестійкої економіки оцінка ефективності виробництва по вартісних критеріях часто має негативні наслідки. За цих умов значно кращі результати дає використання натуральних показників [1]–[3]. В зв'язку з цим в статті використовується в якості критерія ефективності виробництва питома енергоємність екскаваційних робіт [4].

Експериментальні дослідження показали, що при оптимізації експлуатаційної продуктивності екскаватора оптимальні параметри його роботи дійсно відповідали мінімальному значенню питомої енергоємності. Але, якщо екскаваторів було два і більше, то оптимізація його продуктивності по кожному екскаватору окремо не

призводила до мінімального значення питомої енергоємності екскаваційних робіт по кар'єру в цілому.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** У роботах Ю.І. Белякова і Н.Я. Рєпіна [5], [6] наведені результати досліджень, що дозволили встановити вплив основних фізико-технічних параметрів забою на показники процесу копання; запропоновані емпіричні залежності для розрахунків продуктивності екскаваторів. Ю.І. Беляковим на підставі експериментальних досліджень запропонована класифікація порід по питомому опору копанню для кар'єрних мехлопат, яка взята за основу при подальшому дослідженні (класифікація Домбровського – Белякова). За класифікаційні ознаки прийняті показники міцності гірських порід на стиснення, зчеплення в масиві, а також значення коефіцієнта розпушування при різній кускуватості підірваних порід. Узагальненою характеристикою служить величина питомого опору копанню  $K_F$ , яка встановлена експериментально.

Результати досліджень, виконаних при роботі екскаватора в забоях з різними гірничо-геологічними умовами, фізико-технічними властивостями гірської маси і параметрами розвалів, дозволили рекомендувати до практичного застосування енергетичну шкалу екскавованості порід (Тангаєв І.О.) [2].

Окрім класифікації Домбровського – Белякова та Тангаєва існують і застосовуються шкала міцності гірських порід за М.М. Протодьяконовим, класифікація гірських порід за міцністю при одновісному стисненні (Міжнародне бюро по механіці гірських порід), класифікація гірських порід за міцністю при розтягу (М.М. Протодьяконов (молодший), М.І. Койфман, С.Є. Чірков), класифікація гірських порід за БНіП – 82, класифікація гірських порід за важкістю руйнування (В.В. Ржевський), категорії гірських порід за важкістю екскавації (ЄНВ на відкриті гірничі роботи, 1989 р.). Всі ці методики не враховують, по-перше, динаміку процесу копання, що, як показали дослідження, призводить до значних похибок в розрахунках експлуатаційної продуктивності екскаваторів при порівнянні її з фактичними значеннями (коефіцієнт кореляції  $r = 0,21$ ). По-друге, за результатами вимірювань енергоємності екскаваційних робіт відомо, що її значення в кожному випадку є величиною випадковою, тому визначити енергоємність доцільніше з врахуванням методів теорії ймовірнісних процесів.

Значення споживаної потужності відображають більшою мірою енергетичні характеристики екскаватора і індивідуальну кваліфікацію машиніста. Тому показник питомої енергоємності екскавації має цілий ряд переваг. По-перше, він є інтегральним критерієм, що відображає весь комплекс властивостей забою, що впливають на енергетичні, силові і часові параметри процесу екскавації; по-друге, він допускає постійний і оперативний контроль за допомогою відносних нескладних пристроїв з цифровою індикацією. На підставі викладеного аналізу літературних джерел та попередніх досліджень сформульовані мета, завдання і методи дослідження.

**Постановка завдання.** Враховуючи, що локальна оптимізація режиму роботи кожного екскаватора не призводить до мінімального значення питомої енергоємності екскаваційних робіт в цілому по кар'єру, необхідно аналітично встановити значення параметрів режиму роботи кожного екскаватора, при яких питома енергоємність в середньому по кар'єру буде мінімальною. Для вирішення поставленої мети необхідно вирішити ряд наукових задач:

- розробити режими роботи екскаватора при оптимізації параметрів процесу екскавації на кар'єрі;
- встановити параметри при локальному оптимальному режимі роботи екскаватора;
- встановити параметри при системному оптимальному режимі роботи декількох екскаваторів.

ОСНОВНА ЧАСТИНА

При русі ковша відносно забою в результаті силової взаємодії ріжучої кромки з забоем знімається стружка ґрунту, яка поступає в ківш. Ґрунт в місті контакту з зубом ковша знаходиться в граничному напруженому стані, що забезпечує процес руйнування.

Експериментальні і теоретичні дослідження дозволили встановити, що процес копання є складним ймовірнісним динамічним нестационарним процесом. Тому задачу вивчення процесу копання ґрунту ковшем екскаватора можна сформулювати так:

дослідження стохастичного нестационарного руху тіла змінної маси з дезінтеграцією суцільного дисипативного середовища, яке створює нелінійний опір руйнуванню в залежності від швидкості руху.

Для отримання математичної моделі такого процесу застосований принцип дуальності при русі маси в просторі і відповідний математичний апарат у вигляді рівняння Лагранжа другого роду [8], [9], що дозволяє перейти до криволінійних координат (довжина стружки копання  $l_k$ ), і значно спрощує задачу

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_j - R_j, \quad (1)$$

де  $L = (T - U)$  – функція Лагранжа другого роду;  $Q_j$  – узагальнені рушійні сили;  $R_j$  – узагальнені сили опору;  $q_i$  – узагальнені координати;  $\dot{q}_i$  – узагальнені швидкості.

Приведене рівняння описує весь набір можливих траєкторій руху ковша масою  $m$  в просторі.

В нашому випадку кінетична енергія маси, яка рухається (рукоять, ківш, ґрунт) визначається, як для тіла змінної маси

$$T = \frac{1}{2} (m_0 + \rho \alpha b l_k) V_K^2, \quad (2)$$

а потенціальна енергія

$$U = (m_0 + \rho \alpha b l_k) g h_k, \quad (3)$$

де  $m_0$  – маса порожнього ковша і рукояті, кг;  $\rho$  – щільність ґрунту в ковші, кг/м<sup>3</sup>;  $b$  – ширина стружки (ковша), м;  $l_k$  – довжина стружки (шлях копання);  $\alpha$  – товщина стружки, м.

Підставивши в рівняння (1) функцію Лагранжа, з врахуванням рушійних сил, сил опору та відповідних початкових умов, одержимо рівняння, яке описує процес копання у вигляді

$$m \frac{d\Pi_K}{S^2 dt} + \frac{K_3}{S^3} \Pi_K^3 + \left( \frac{\rho}{2} + K_2 \right) \frac{\Pi_K^2}{S^2} + \frac{K_1}{S} \Pi_K + (K_F^C + \rho g h_k) - \frac{N}{\Pi_K} = 0, \quad (4)$$

де  $\Pi_K = abV_K$  – продуктивність копання;  $m = m_0 + \rho \alpha b l_k$  – рухома маса;  $K_1, K_2, K_3$  – коефіцієнти (табл. 1);  $S = ab$  – поперечний переріз стружки;  $\rho$  – щільність ґрунту;  $h_k$  – висота копання;  $N$  – потужність привода підйому;  $K_F^C$  – статичний коефіцієнт опору ґрунту копанню (класифікація Домбровського-Белякова) [3].

**Таблиця 1 – Коефіцієнти для виразу  $K_F^o = f(V_k)$  для екскаватора ЕКГ-5А**

Категорії гірських порід	$K_F^C$	$K_1$	$K_2$	$K_3$
1	0,127	0,0117	0,0002	0,0002
2	0,1397	0,0108	$3 \cdot 10^{-5}$	0,0002
3	0,2	0,0182	$10^{-5}$	0,0002
4	0,2899	0,0265	0,0002	0,0002
5	0,4091	0,0315	0,0005	0,0002
6	0,7663	0,037	0,0017	$10^{-5}$

Розв'язок рівняння (5) дозволяє встановити середнє значення продуктивності  $\Pi_K$  та швидкості  $V_K$  копання екскаватора для шести категорій гірських порід з врахуванням динамічного коефіцієнта опору ґрунту копанню (табл. 2).

**Таблиця 2 – Швидкість та продуктивність копання масиву гірських порід ковшем екскаватора ЕКГ-5А**

Категорії порід	$V_K, \text{ м/с}$			$\Pi_K, \text{ м}^3/\text{с}$		
	min	mid	max	min	mid	max
1	0,96	1,05	1,11	0,223	0,244	0,258
2	0,93	1,01	1,10	0,195	0,212	0,231
3	0,83	0,91	0,99	0,159	0,171	0,186
4	0,75	0,84	0,93	0,124	0,139	0,154
5	0,72	0,78	0,88	0,09	0,108	0,121
6	0,53	0,65	0,87	0,06	0,074	0,099

Для розрахунку енергоємності процесу копання використане рівняння типу Гамільтона-Якобі [4], [10].

$$\frac{\partial D}{\partial t} = -\frac{(\nabla D)^2}{2m} - U + R, \quad (5)$$

звідки знаходимо дію, яка витрачена на процес копання ґрунту на циклі з урахуванням початкових умов з виразу

$$D = (T + U)t_k + E_x t_k \exp \left[ \frac{K_F^o \Pi_K t_k}{E_x} dt \right], \quad (6)$$

Враховуючи, що за критерій енергоємності прийнято значення питомої енергоємності процесу копання, вираз для неї з урахуванням часу копання на циклі записується у вигляді, Дж/м<sup>3</sup>:

$$e_K = \frac{D}{t_k^2 S V_K}, \quad (7)$$

або після підстановки відповідних значень

$$e_K = \frac{N\eta}{SV_K} \exp\left(\frac{K_F^\delta \cdot SV_K}{N\eta}\right) + \left(\frac{m_0}{EK_E} + \frac{\rho}{2}\right) \frac{V_K^2}{2} + \left(\frac{m_0}{EK_E} + \frac{\rho}{2}\right) gh_K. \quad (8)$$

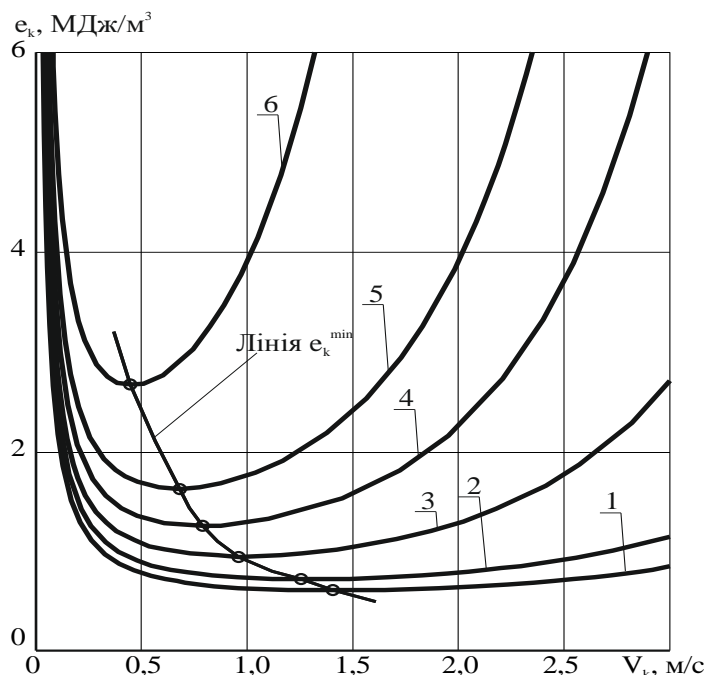
де  $N$  – потужність приводу, Вт;  $\eta$  – електромеханічний ККД приводу і механізму копання з врахуванням втрат холостого ходу;  $E$  – об’єм ковша, м<sup>3</sup>;  $K_E$  – коефіцієнт експлуатації ковша;  $S = ab$  – переріз стружки копання, м<sup>2</sup>.

Результати розрахунку питомої енергоємності копання для екскаватора ЕКГ-5А (рис. 1) наочно підтверджують наявність мінімального значення енергоємності копання  $e_K$  для всіх шести категорій порід, які забезпечуються оптимальними значеннями швидкості копання  $V_K^0$  (табл. 3).

Таким чином, застосовуючи принцип дуальності при русі маси в просторі розроблена більш адекватна ймовірнісна динамічна нестационарна модель процесу копання (коефіцієнт кореляції  $r = 0,6...0,8$ ), що дозволило встановити аналітично і підтвердити експериментально оптимальні значення швидкості копання (табл. 3), які забезпечують мінімальні значення енергоємності копання для порід кожної категорії.

**Таблиця 3 – Оптимальні параметри процесу копання для екскаватора ЕКГ-5А**

Категорія ґрунту	$e_K^{\min}$ , МДж/м <sup>3</sup>	$V_K^0$ , м/с
1	0,6006	1,41
2	0,7145	1,26
3	0,9461	0,96
4	1,249	0,78
5	1,623	0,67
6	2,658	0,45



**Рисунок 1 – Енергоємність копання ґрунту ковшем екскаватора ЕКГ – 5А**

Розглянутий підхід до процесу копання дозволяє встановити режими екскавації, які знижують енергоємність екскаваційних робіт за рахунок вибору оптимальних параметрів процесу екскавації.

Розроблена науково обґрунтована методика розрахунку експлуатаційної продуктивності екскаватора типу пряма мехлопата дозволила розглянути три основні режими роботи екскаватора:

- усереднений фактичний режим роботи;
- локальний оптимальний;
- системний оптимальний.

Найбільш глибоко і системно *усереднений фактичний режим екскавації* досліджений І.О. Тангаєвим [2], що дозволило рекомендувати до практичного використання енергетичну шкалу екскавіруемості гірських порід.

Використовуючи цю шкалу, досить просто по таблиці встановити для кожної категорії порід як середню експлуатаційну продуктивність екскаватора, так і пов'язану з нею середню експлуатаційну енергоємність процесу екскавації.

*Локальний оптимальний режим екскавації.* Теоретичні викладки та експериментальні дослідження показали, що енергетичні витрати на екскавацію гірських порід у відповідності з принципом дуальності при русі маси в просторі описуються рівнянням Гамільтона-Якобі (6), яке можна записати дещо в іншій формі [10],

$$\frac{\partial D(t)}{\partial t} - \frac{e_K K_B \Pi_K}{E_x} D(t) = 0, \quad (9)$$

та рівняння ФПК

$$\frac{\partial \omega(\Pi_K, t)}{\partial t} = \frac{D(t)}{2m} \nabla^2 \omega(\Pi_K, t) + \frac{\nabla D(t)}{m} \cdot \nabla \omega(\Pi_K, t) + \frac{U}{D(t)} \omega(\Pi_K, t), \quad (10)$$

де  $D(t)$  – механічна дія, яка витрачається на екскавацію установленної кількості метрів кубічних гірської маси, Дж·с;  $E_x$  – енергія холостого ходу приводу підйому, Дж;  $e_K$  – енергоємність процесу копання, Дж/м<sup>3</sup>;  $K_B$  – коефіцієнт використання екскаватора за зміну;  $\Pi_K$  – продуктивність копання екскаватора, м<sup>3</sup>/с;  $\omega(\Pi_K, t)$  – нестационарна щільність ймовірності продуктивності копання,  $\Pi_K^{-1}$ ;  $U$  – потенціальна енергія маси  $m$ , Дж.

Розв'язок рівняння (9) з врахуванням початкових умов запишемо у вигляді:

$$D(t) = E_x \cdot t_k \exp \left[ \int_0^{t_k} \frac{e_K K_B \Pi_K}{E_x} dt \right], \text{ Дж} \cdot \text{с}. \quad (11)$$

Потужність, яка витрачається приводом на процес екскавації описується виразом:

$$N_E(t) = \frac{D(t)}{t_k^2} = N_x \exp \left[ \int_0^{t_k} \frac{e_K K_B \Pi_K}{N_x t_k} dt \right] \approx N_x + e_K K_B \Pi_K + \frac{e_K^2 K_B^2}{2N_x} \Pi_K^2 + \dots \quad (12)$$

Розв'язок рівняння ФПК (10) дає аналітичний вираз для щільності ймовірності  $\omega(\Pi_K, t)$ . Тоді математичне очікування для потужності копання знаходимо за виразом:

$$\bar{N}_E = N_x + e_K \bar{\Pi}_E + \frac{\bar{e}_K^2}{2N_x} \left[ \left( 1 - \frac{\Pi_0}{\bar{\Pi}_E} \right)^2 + \left( 1 + \frac{\sigma_{\Pi E}^2}{\bar{\Pi}_E^2} \right) \right] \bar{\Pi}_E^2, \quad (13)$$

де  $\bar{N}_E$  – середня потужність приводів екскаватора при експлуатаційній продуктивності;  $\bar{e}_K$  – середня енергоємність процесу копання;  $\bar{\Pi}_E$  – математичне очікування експлуатаційної продуктивності екскаватора ( $\bar{\Pi}_E = K_B \cdot \bar{\Pi}_K$ );  $N_x$  – потужність приводу при режимі холостого ходу;  $\sigma_{\Pi E}^2$  – дисперсія експлуатаційної продуктивності екскаватора;  $\Pi_0 = \frac{\sqrt{2}N_x}{\bar{e}_K}$  – оптимальне значення експлуатаційної продуктивності.

Експлуатаційна енергоємність екскаваційних робіт розраховується за виразом:

$$e_E = \frac{\bar{N}_E}{\bar{\Pi}_E} = \frac{A}{\bar{\Pi}_E} + B \bar{\Pi}_E + C, \text{ Дж/м}^3, \quad (14)$$

де  $A = N_x$ ;  $B = \frac{e_K^2}{2N_x} \left[ \left( 1 - \frac{\Pi_0}{\bar{\Pi}_E} \right)^2 + \left( 1 + \frac{\sigma_{\Pi E}^2}{\bar{\Pi}_E^2} \right) \right]$ ;  $C = \bar{e}_K$ .

Таким чином, в залежності (14) враховується не тільки відхилення середньої продуктивності по циклам за зміну від оптимального значення  $\left( \frac{\bar{\Pi}_E - \Pi_0}{\bar{\Pi}_E} \right)^2$ , а і дисперсія продуктивності, як всередині циклу копання, так і по циклам за зміну  $\left( \frac{\bar{\Pi}_E^2 + \sigma_{\Pi E}^2 + \sigma_{\Pi}^2}{\bar{\Pi}_E^2} \right) = (1 + R_{\text{vll}}^2 + R_v^2)$ .

Вираз (14) має екстремальний вигляд, тобто оптимальному значенню експлуатаційної продуктивності екскаватора  $\Pi_E = \Pi_0$  відповідає мінімальне значення енергоємності  $e_{\min}$  (рис. 2).

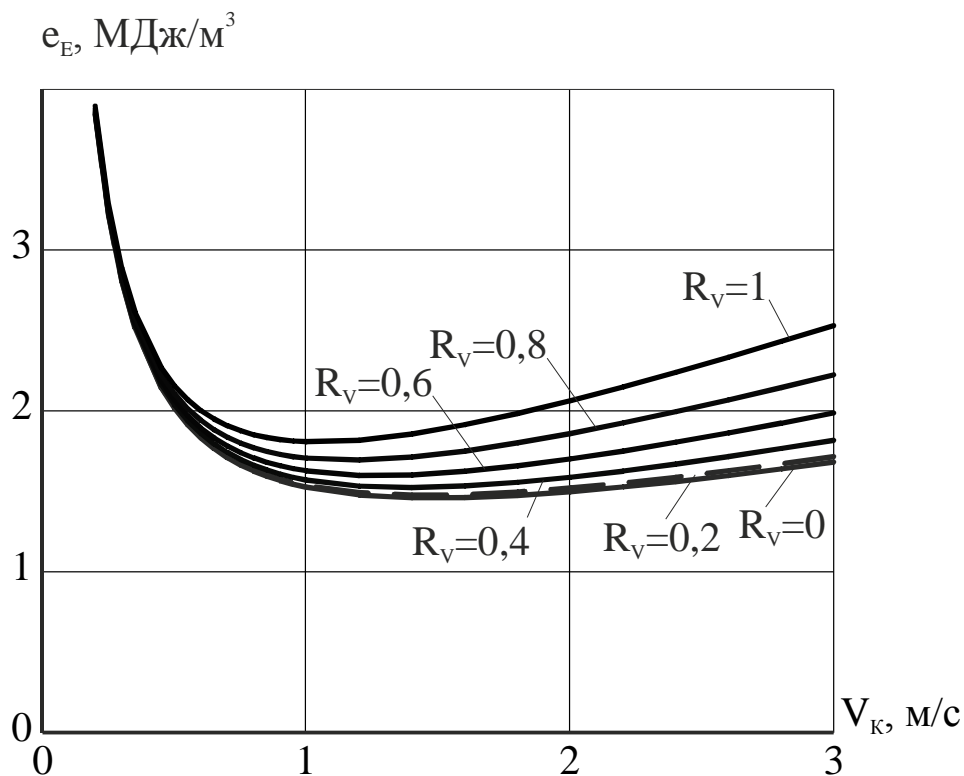
Дослідження залежності (14) на екстремум, дозволяє встановити оптимальне значення швидкості копання екскаватора з врахуванням випадкового характеру коливань як швидкості на циклі, так і коливань середньої швидкості по циклам за зміну

$$V_0^\phi = \frac{\Pi_0^\phi}{SK_B} = K_B S \sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{N_x}{e_K SK_B} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\left[ \left( \frac{\bar{V}_K - V_0}{\bar{V}_K} \right)^2 + \left( 1 + \frac{\sigma_V^2}{\bar{V}_E^2} \right) \right]}}, \quad (15)$$

де  $V_0 = \frac{N_x \sqrt{2}}{S \bar{e}_K}$  – абсолютний оптимум швидкості копання при  $\sigma_{\Pi E} \rightarrow 0$ , а  $\bar{V}_K \rightarrow V_0$ .

Оптимальному значенню швидкості копання екскаватора  $V_0^\delta$  відповідає мінімальна величина енергоємності:

$$e_E^{min} = 2\sqrt{A \cdot B} + C = \bar{e}_K \left\{ \sqrt{2 \left[ \left( \frac{\bar{\Pi}_E - \Pi_0}{\bar{\Pi}_E} \right)^2 + \left( 1 + \frac{\sigma_{IE}^2}{\bar{\Pi}_E^2} \right) \right]} + 1 \right\}. \quad (16)$$



**Рисунок 2 – Вплив випадкових коливань (варіації  $R_V$ ) швидкості копання  $V_K$  екскаватора на експлуатаційну енергоємність  $e_E$  процесу екскавації.**

З виразів (15) та (16) випливає, що як оптимальна експлуатаційна продуктивність екскавації  $\Pi_0^\phi$ , так і мінімальна величина експлуатаційної енергоємності  $e_E^{min}$  залежать від величини випадкових коливань швидкості копання, яка оцінюється коефіцієнтом варіації  $R_V$ . Зменшення коефіцієнта варіації призводить до зменшення енергоємності процесу копання і до збільшення величини оптимальної продуктивності  $\Pi_0^\phi$  (рис. 2).

При автоматизованому управлінні процесом копання можливий режим, при якому  $\bar{V}_K \rightarrow V_K^0$ ,  $\sigma_V \rightarrow 0$ ,  $e_E^{min} \rightarrow e_0^{min}$ .

При ручному управлінні процесом екскавації для роботи в оптимальному режимі машиніст повинен:

видержувати на кожному циклі  $\bar{V}_{KЦ}$  якомога ближче до  $V_K^0$ ;

зменшити коливання швидкості копання на кожному циклі до  $\sigma_{IE} \rightarrow \sigma_{IE}^{min}$ .

Залежності типу (16) розраховані і побудовані для кожної категорії гірських порід з урахуванням динамічного коефіцієнта опору копанню  $K_F^0$  (Таблиця 1). Розглядаючи ці



залежності як екстремальну задачу, встановлені оптимальні швидкості копання та відповідні їм мінімальні енергоємності  $e_E^{min}$  для кожної категорії (при  $R_{VK} \rightarrow 0$ ).

Порівнянням фактичного значення експлуатаційної енергоємності ( $e_E^{\phi}$ ) з мінімальним при локальній оптимізації ( $e_E^{min}$ ) встановлено: на величину енергоємності впливає не тільки середня швидкість копання ( $\bar{V}_K$ ), а і відхилення її від оптимального значення ( $V_0^{\phi}$ ); на коливання швидкості копання ( $V_K$ ) впливають як зміна опору гірської породи копанню на циклі по висоті уступу ( $R_{BC}$ ), так і кваліфікація машиніста ( $R_{\bar{V}}$ ).

*Системний оптимальний режим екскавації.* Якщо два або більше екскаваторів працюють на одному кар'єрі і пов'язані між собою загальною транспортною системою, системою електропостачання, загальними умовно сталими витратами та іншими зв'язками, то виникає задача оптимізації продуктивностей кожного екскаватора, як системи при яких загальна енергоємність екскаваційних робіт по групі з двох екскаваторів буде найменша. При цьому сумарна продуктивність по кар'єру повинна дорівнювати сумі двох продуктивностей незалежно працюючих екскаваторів. Розглянемо відповідні залежності для двох одночасно працюючих екскаваторів.

При такому підході одержуємо класичну задачу Ейлера на умовний екстремум. Розв'язок її знайдемо методом невизначених множників Лагранжа [9], [11].

Математично модель цієї задачі записується у вигляді:

$$\bar{e} = \frac{e_{E1} \cdot \Pi_{E1} + e_{E2} \cdot \Pi_{E2}}{\Pi_{E1} + \Pi_{E2}} \rightarrow \min, \text{ цільова функція}; \quad (17)$$

$$\Pi_{E1} + \Pi_{E2} = \sqrt{\frac{A_1}{B_1}} + \sqrt{\frac{A_2}{B_2}}, \text{ - обмеження}, \quad (18)$$

де енергоємність по кожному екскаватору розраховується за виразами:

$$e_{E1} = \frac{A_1}{\Pi_{E1}} + B_1 \Pi_{E1} + C_1, \text{ Дж/м}^3; \quad (19)$$

$$e_{E2} = \frac{A_2}{\Pi_{E2}} + B_2 \Pi_{E2} + C_2, \text{ Дж/м}^3, \quad (20)$$

де  $A_1 = N_{x1}$ ,  $A_2 = N_{x2}$  – потужність холостого ходу кожного із екскаваторів;

$C_1 = e_{k1}$ ,  $C_2 = e_{k2}$  – середнє значення енергоємності копання кожного із екскаваторів;

$$B_1 = \frac{e_{k1}^2}{2N_{x1}} \left[ \left( 1 - \frac{\Pi_{k1}^0}{\Pi_{E1}} \right)^2 + (1 + R_{PE1}^2) \right]; \quad (21)$$

$$B_2 = \frac{e_{k2}^2}{2N_{x2}} \left[ \left( 1 - \frac{\Pi_{k2}^0}{\bar{\Pi}_{E2}} \right)^2 + (1 + R_{PE2}^2) \right], \quad (22)$$

де  $\Pi_{k1}^0 = \frac{\sqrt{2}N_{x1}}{e_{k1}}$  – локальний оптимум для першого екскаватора при незалежній роботі;

$\Pi_{k2}^0 = \frac{\sqrt{2}N_{x2}}{e_{k2}}$  – локальний оптимум для другого екскаватора при незалежній роботі;

$\bar{\Pi}_{k1}, \bar{\Pi}_{k2}$  – середні значення продуктивності екскаваторів без оптимізації;

$R_{PE1} = \frac{\sigma_{PE1}}{\Pi_{k1}}, R_{PE2} = \frac{\sigma_{PE2}}{\Pi_{k2}}$  – коефіцієнт варіації продуктивності по кожному екскаватору.

Таким чином, в залежностях (21), (22) враховуються не тільки відхилення середньої продуктивності  $\bar{\Pi}_{k1}, \bar{\Pi}_{k2}$  по циклам за зміну від оптимального локального значення  $\Pi_{k1}^0, \Pi_{k2}^0$ , а і дисперсія продуктивності, як для кожного циклу копання, так і по циклам за зміну.

Мінімальні значення енергоємності екскавації при локальних оптимумах:

$$e_{E1}^{\min} = 2\sqrt{A_1 \cdot B_1} + C_1; \quad (23)$$

$$e_{E2}^{\min} = 2\sqrt{A_2 \cdot B_2} + C_2. \quad (24)$$

Для розв'язку задачі Ейлера на умовний екстремум складаємо функцію Лагранжа першого роду з урахуванням функції цілі (17) та обмеження (18):

$$L(\Pi_{E1}, \Pi_{E2}, \lambda) = \left( \frac{A_1}{\Pi_{E1}} + B_1 \Pi_{E1} + C_1 \right) \Pi_{E1} + \left( \frac{A_2}{\Pi_{E2}} + B_2 \Pi_{E2} + C_2 \right) \Pi_{E2} + \lambda \left[ (\Pi_{E1} + \Pi_{E2}) - \left( \sqrt{\frac{A_1}{B_1}} + \sqrt{\frac{A_2}{B_2}} \right) \right], \quad (25)$$

де  $\lambda$  – невизначений множник Лагранжа.

Дослідження на екстремум функції трьох змінних дає наступну систему рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \Pi_{E1}} = \frac{(2B_1 \Pi_{E1} + C_1)}{\sqrt{\frac{A_1}{B_1}} + \sqrt{\frac{A_2}{B_2}}} + \lambda = 0; \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \Pi_{E2}} = \frac{(2B_2 \Pi_{E2} + C_2)}{\sqrt{\frac{A_1}{B_1}} + \sqrt{\frac{A_2}{B_2}}} + \lambda = 0; \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \lambda} = (x_1 + x_2) - \left( \sqrt{\frac{A_1}{B_1}} + \sqrt{\frac{A_2}{B_2}} \right) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Розв'язок цих рівнянь дає оптимальні значення продуктивності кожного екскаватора, але вже при системній оптимізації:

$$\Pi_{E1}^C = \frac{2B_2 \left( \sqrt{\frac{A_1}{B_1}} + \sqrt{\frac{A_2}{B_2}} \right) - C_1 + C_2}{2(B_1 + B_2)}; \quad (29)$$

$$\Pi_{E2}^C = \frac{2B_1 \left( \sqrt{\frac{A_1}{B_1}} + \sqrt{\frac{A_2}{B_2}} \right) - C_1 + C_2}{2(B_1 + B_2)}. \quad (30)$$

З двох останніх виразів можемо зробити висновок, що оптимальні значення продуктивності екскаваторів при системній оптимізації дійсно не співпадають з оптимальними значеннями локальних оптимумів (принцип емерджентності).

Локальні і системний оптимуми співпадатимуть тільки у випадку, коли два однакові екскаватори будуть працювати з машиністами приблизно однакової кваліфікації і в однакових умовах, тобто коли

$$A_1 = A_2 = A, \quad B_1 = B_2 = B, \quad C_1 = C_2 = C.$$

Тоді

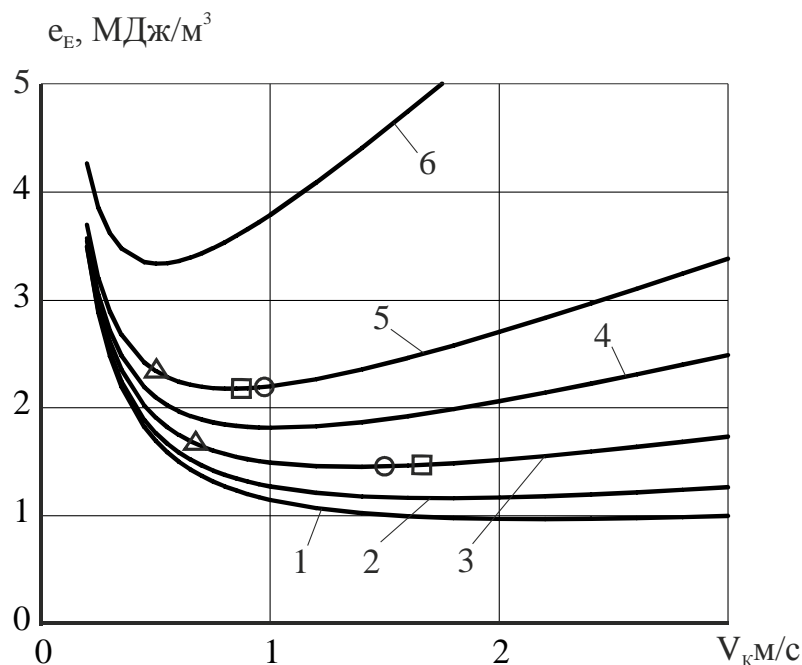
$$\Pi_{01} = \Pi_{01} = \Pi_0 = \sqrt{\frac{A}{B}}. \quad (31)$$

Для умов Демідівського кар'єру розглянемо роботу двох екскаваторів ЕКГ-5А на породах третьої категорії та на породах п'ятої категорії. Для цих умов середня енергоємність копання  $\bar{e}_{k1} = 0,60$  МДж/м<sup>3</sup>,  $\bar{e}_{k2} = 0,80$  МДж/м<sup>3</sup>, а фактична середньозважена експлуатаційна енергоємність для двох екскаваторів складає 2,23 МДж/м<sup>3</sup>. Розрахунок параметрів при локальному оптимумі для кожного з екскаваторів виконаний по виразу (31) для оптимальної продуктивності та по виразах (19), (20) для мінімальної енергоємності екскавації. Результати розрахунку приведені в табл. 1 та на рис. 3.

При системній оптимізації оптимальна продуктивність для кожного екскаватора розраховується за виразами (13) та (14), а підстановка цих значень в вирази (15) та (16) дозволяє одержати мінімальні значення енергоємностей, які дійсно не співпадають з локальними оптимумами (принцип емерджентності). Якщо при локальній оптимізації середньозважена енергоємність складає 2,04 МДж/м<sup>3</sup>, то при системній оптимізації вона буде менша на 0,34 МДж/м<sup>3</sup> і складає 1,7 МДж/м<sup>3</sup>, (табл. 4).

Порівняння параметрів роботи екскаваторів в трьох режимах (рис. 4) свідчать про доцільність зниження витрат електроенергії за рахунок оптимізації параметрів процесу екскавації.

Таким чином, якщо перевести МДж в кВт.год., то при роботі екскаватора в режимі близького до оптимального економія по статті «електроенергія» становить від 0,10 до 0,30 грн./м<sup>3</sup> на кожному кубі гірської маси.



**Рисунок 3 – Експлуатаційна енергоємність ( $e_E$ ) процесу екскавації в залежності від швидкості копання ( $V_K$ ) для шести категорій гірських порід:  $\Delta$  – фактичний режим;  $\circ$  – локальний оптимальний режим;  $\square$  – системний оптимальний режим**

**Таблиця 4 – Параметри режимів роботи екскаваторів**

Режими	П <sub>ЕЗ</sub> м <sup>3</sup> /с	П <sub>Е5</sub> м <sup>3</sup> /с	е <sub>ЕЗ</sub> МДж/м <sup>3</sup>	е <sub>Е5</sub> МДж/м <sup>3</sup>	$\bar{a}_A$ МДж/м <sup>3</sup>	Δе <sub>Е</sub> МДж/м <sup>3</sup>	ΔС грн/м <sup>3</sup>
фактичний	0,11	0,09	1,72	2,85	2,23	–	–
локальний оптимальний	0,24	0,17	1,45	2,17	2,04	0,19	0,093
системний оптимальний	0,27	0,14	1,46	2,2	1,70	0,53	0,300

## ВИСНОВКИ

1. В статті замість вартісних критеріїв ефективності виробництва в умовах нестабільної економіки використаний критерій мінімуму енергоємності екскаваційних робіт.

2. Залежність енергоємності екскаваційних робіт від експлуатаційної продуктивності екскаватора має екстремальний характер, що дозволило встановити оптимальну продуктивність, якій відповідають мінімальні значення енергоємності для всіх категорій гірських порід.

3. Роботу екскаватора розглянуто в трьох режимах: фактичний усереднений режим; локальний оптимальний режим; системний оптимальний режим.

4. При роботі екскаватора в локальному оптимальному режимі в залежності від категорійності гірських порід зниження енергоємності екскаваційних робіт в порівнянні з середньою фактичною становить від 0,15 до 0,40 МДж/м<sup>3</sup>, або від 8 до 20 %.

5. Розглядаючи кар'єр як систему з двох, або більше екскаваційних ділянок встановлено, що оптимальні значення продуктивності кожної ділянки при роботі в системі не співпадають з оптимальним значенням при локальній оптимізації, що дозволило ще знизити середню енергоємність на 20...40 % в порівнянні з середнім фактичним значенням, виходячи з того, щоб сумарна продуктивність не змінилася і забезпечила мінімальну енергоємність екскаваційних робіт по кар'єру.

6. Економія електроенергії при роботі екскаватора в оптимальному режимі складає від 0,19 до 0,53 МДж/м<sup>3</sup>, або від 0,10 до 0,30 грн./м<sup>3</sup>.

## REFERENCES

- [1] YU. I. Belyakov, *Vyemochno-pogruzochnyye mashiny na kar'yerakh*. Moskva: Nedra, 1987.
- [2] I. A. Tangayev, *Energoyemkost protsesov dobychi i pererabotki poleznykh iskopaemykh*. Moskva: Nedra, 1986.

- [3] YU. I. Belyakov, "Obobshchennaya klassifikatsiya gruntov i gornykh porod po trudnosti vyyemki ekskavatorom", *Gornyy zhurnal*, no 12, pp. 24-27, 1983.
- [4] A. I. Kryuchkov L. I., and L. I. Yevtieieva, "The energy intensity of the rock mass loading into vehicles excavator", *Visnyk NTUU «KPI», Seriya «Hirnystvo»*, vol. 19, pp. 79-86, 2010. DOI: <https://doi.org/10.20535/2079-5688.2010.19.58490>
- [5] YU. I. Belyakov, *Proyektirovaniye ekskavatornykh robot*. Moskva: Nedra, – 1983.
- [6] N. YA. Repin, *Podgotovka i ekskavatsiya vskryshnykh porod ugolnykh razrezov*. Moskva: Nedra, 1978.
- [7] A. I. Kryuchkov, and L. I. Yevtieieva, "Zakonomernosty formyrovanyya proyzvodytelnosty ékskavatora tyra mekhlopata", *Uhol Ukrainy*, vol. 10, pp. 13-15, 2010. URI: <https://elibrary.ru/contents.asp?id=34336912>
- [8] A. I. Kryuchkov, and L. I. Yevtieieva, "Mathematical model of the digging process of the power shovel excavator", *Visnyk NTUU «KPI», Seriya «Hirnystvo»*, vol. 20, pp. 122-131, 2011. DOI: <https://doi.org/10.20535/2079-5688.2011.20.53716>
- [9] A. I. Kruckov, and L. I. Yevtieieva, "Optimization of soil digging by scoop of power-shovel with energy intensity criterion", *Suchasni resursoenerhozberihayuchi tekhnolohiyi hirnychoho vyrobnytstva*, vol. 1(15), pp. 84-88, 2015. DOI: <https://doi.org/10.20535/2079-5688.2011.20.53716>
- [10] A. I. Kryuchkov, and L. I. Yevtieieva, "Optimization system of excavation work on a quarry on the criterion of minimum energy consumption". *Visnyk ZHDTU*, no. 1(81), pp. 257-260. 2018. DOI: [https://doi.org/10.26642/tn-2018-1\(81\)-257-260](https://doi.org/10.26642/tn-2018-1(81)-257-260).
- [11] A. I. Kruchkov, Y. J. Besarabets, and L. I. Yevtieieva, "Energy saving modes of excavators type power shovel". Topical scientific researches into resource-saving technologies of mineral mining and processing, Multi-authored monograph, Sofia: Publishing House "St. Ivan Rilski", pp. 353-368, 2020. URI: <http://ep3.nuwm.edu.ua/id/eprint/18074>

Стаття надійшла до редакції 10.12.2020.